АНДРЕЙ АНДРЕЕВИЧ МАРКОВ (1856—1922)

Развитие классических работ знаменитого русского математика Пафнутия Львовича Чебышева по теории вероятностей и создание нового, в настоящее время основного, направления исследований в этой науке тесно связаны с именем другого русского математика — Андрея Андреевича Маркова.

Андрей Андреевич Марков родился 14 июня 1856 года в Рязанской губернии. Его отец позднее переехал в Петербург, где, получив звание частного поверенного, успешно занимался адвокатской практикой.

Среднее образование А. А. Марков получил в гимназии. Он не относился к числу лучших учеников; напротив, из гимназии неоднократно поступали жалобы на его неудачи по всем предметам, за исключением математики. Были предупреждения отцу, что эта неуспеваемость может повести к исключению сына из учебного заведения. Впрочем, в последних классах самому А. А. Маркову занятия в гимназии были настолько тягостны, что он подумывал об оставлении её и переходе в техническое учебное заведение. Особенно досаждали ему древние языки.

Увлечение математикой у А. А. Маркова началось в гимназические годы. Уже тогда он приступил к самостоятельному изучению высшей математики. Эти занятия, как ему казалось, привели его к открытию нового метода интегрирования линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод, найденный А. А. Марковым, был, однако, не новым в науке, но это первое самостоятельное открытие привело к знакомству с университетскими профессорами и навсегда определило его дальнейшие занятия.

Восемнадцати лет А. А. Марков окончил гимназию и поступил в Петербургский университет. В то время там читал лекции великий русский математик П. Л. Чебышев. Влияние Чебышева на развитие и направление научных интересов молодого студента оказалось решающим.

Университет А. А. Марков окончил в 1878 г. с золотой медалью за научную работу «Об интегрировании дифференциальных уравнений при помощи непрерывных дробей». Через два года после этого он защитил магистерскую диссертацию и начал преподавать в Петербургском университете сначала в качестве приват-доцента, а с 1886 г.— в качестве профессора.

Педагогическая деятельность А. А. Маркова была пронизана желанием дать предельно ясное и одновременно безупречно строгое изложение предмета, без загромождения его материалом. Теорию он иллюстрировал мастерски подобранными примерами, разбираемыми, как правило, до числовых расчётов. Об этих особенностях А. А. Маркова-педагога мы можем судить не только по рассказам его учеников, но также по написанным им учебникам — «Исчисление конечных разностей» и «Исчисление вероятностей». Математические и литературные достоинства этих книг столь велики, что почти немедленно после появления их русского издания последовало издание их иностранных переводов. Что эти книги принадлежат перу настоящего мастера, вложившего в них много труда и любви, показывает и то обстоятельство, что спустя десятилетия после их написания они поражают свежестью и богатством заключённых в ..них идей. Нередко и теперь к книгам А. А. Маркова обращается как новичок, впервые приступивший к изучению науки, так и зрелый учёный, имеющий за своими плечами многолетний опыт научной деятельности. Педагогической работы А. А. Марков не прерывал до последнего года жизни, но с 1905 г. значительно сократил количество читаемых им курсов, вышел в отставку и продолжал преподавание лишь в качестве приват-доцента.

Уже через восемь лет после опубликования А. А. Марковым первой научной работы его научные заслуги были столь велики, что, по предложению П. Л. Чебышева, Академия наук избрала его в 1886 г. адъюнктом, через четыре года — экстраординарным академиком, а ещё через шесть лет — ординарным академиком.

Дальнейшая жизнь А. А. Маркова целиком посвящена науке. Свой последний мемуар он представил Академии наук всего лишь за несколько месяцев до смерти. Тяжёлый недуг свалил его в постель, и 20 июля 1922 года он умер.

А. А. Марков был не просто учёный, ничего не видящий за пределами своих узких интересов, это был учёный-боец. Всю свою жизнь он вступал в яростную борьбу со всем, что шло вразрез с его научными принципами. Его при этом не останавливали ни лица, против которых ему приходилось выступать, ни возможные последствия для его собственной карьеры.

В этом отношении любопытна многолетняя дискуссия А. А. Маркова с профессором Московского университета А. П. Некрасовым, в молодости хорошим математиком, а впоследствии реакционером и мистиком. Некрасов занимал крупные служебные посты и имел тесные связи с руководящими кругами Министерства народного просвещения. Именно эти годы служебных удач совпадают с деградацией его научного творчества и колоссальным увеличением его печатной продукции. Некрасов, будучи попечителем одного из учебных округов, а также автором учебников, имел серьёзное влияние на преподавание. А. А. Марков многократно и резко выступал устно и письменно, в печати и путём личной переписки против трудов Некрасова, вскрывая не только вздорность учёных потуг последнего, но и вред всей его «просветительной» деятельности.

Научное творчество А. А. Маркова весьма разнообразно. Первые годы он интересовался теорией чисел, дифференциальными уравнениями, теорией функций и другими вопросами, позднее он целиком занялся теорией вероятностей. Результаты, полученные им в каждой из названных областей, способны были создать ему имя крупного учёного. Многие его работы воспринимаются и теперь как классические произведения математики и всё ещё продолжают питать идеями, методами и постановками задач новые поколения исследователей. Однако самые значительные достижения А. А. Маркова принадлежат теории чисел и теории вероятностей и, пожалуй, в первую очередь последней из них.

Если в теории чисел он способствовал развитию одного-двух её разделов, то в теории вероятностей его труды привели не только к значительному прогрессу существовавших до него направлений, но и к коренному преобразованию всей этой науки. Эти работы принесли ему всемирную известность не только среди математиков, но и среди физиков, техников, естествоиспытателей. Именно здесь во всей полноте вскрылись сила, разносторонность и своеобразные черты его дарования. Именно эти исследования дали толчок к созданию и последующему бурному развитию основного в настоящее время раздела теории вероятностей — теории стохастических процессов, раздела математики, играющего крупную роль в современной теоретической физике, а также в математической обработке многих технических и естественнонаучных теорий.

Первые работы А. А. Маркова по теории вероятностей являются непосредственным продолжением и завершением исследований П. Л. Чебышева и относятся, во-первых, к установлению наиболее общих условий, при которых имеет место закон больших чисел, и, во-вторых, к доказательству центральной предельной теоремы теории вероятностей. П. Л. Чебышев сформулировал эту теорему, дал набросок метода её доказательства (метод моментов), но самого строгого доказательства не дал. А. А. Маркову удалось осуществить идеи П. Л. Чебышева и дать безупречное доказательство указанной теоремы в очень широких условиях. А. А. Марков шёл очень сложным и остроумным путём через разложение в непрерывные дроби интеграла особого вида.

В 1900—1902 гг. эти результаты А. А. Маркова были перекрыты академиком А. М. Ляпуновым, шедшим своим собственным путём, отличным от идей П. Л. Чебышева. При этом казалось, что теорема, сформулированная в таком общем виде, даже не может быть доказана методом Чебышева. Несколько лет А. А. Марков размышлял о том, каким способом можно восстановить честь метода моментов, и, наконец, нашёл исключительное по силе, простоте и изяществу доказательство теоремы А. М. Ляпунова. Это доказательство помещено в качестве дополнения к книге А. А. Маркова «Исчисление вероятностей». Идея рассмотрения вместо заданных случайных величин других, почти совпадающих с ними, заложенная в этом доказательстве, до сих пор часто и плодотворно используется учёными в самых разнообразных случаях.

У читателя, далёкого от математики и её приложений, может возникнуть вопрос: какова же роль этих положений, потребовавших так много труда и изобретательности от целого ряда первоклассных математиков, какое приложение они имеют за пределами узких интересов теории вероятностей?

Закон больших чисел постоит в следующем: среднее значение очень большого числа случайных величин, принимающих свои значения независимо друг от друга, с практической достоверностью равно постоянной величине. Для иллюстрации значения этого закона приведём два примера. Известно, что, как бы тщательно ни производилось какое-либо измерение, невозможно получить абсолютно точный результат, неизбежны ошибки. Поэтому в результате многократно повторяемых измерений мы получим ряд значений, вообще говоря, отличающихся друг от друга. Какое же из них считать истинным? Как его найти в этом ряду значений? Закон больших чисел как раз и утверждает, что среднее значение результатов отдельных измерений практически не будет отличаться от истинного значения измеряемой величины. В качестве другого примера рассмотрим давление газа на стенку сосуда. Это давление есть результат ударов о стенку отдельных молекул газа, двигающихся со скоростями, имеющими случайные значения. Таким образом, давление в каждой части поверхности сосуда должно быть подвержено случайным колебаниям, так как число и сила ударов являются делом случая. Но опыт учит, что давление на стенки сосуда распределяется равномерно. В чём же здесь причина? Закон больших чисел даёт нам на это ответ: так как давление складывается из огромного количества ударов отдельных частиц, то среднее значение этих отдельных давлений (а значит — и всё результирующее давление) с практической достоверностью является постоянной величиной. Закон больших чисел, таким образом, даёт нам представление о суммарном действии большого числа случайных величин.

Установить, в каких условиях справедлив закон больших чисел, — значит дать всему естествознанию и технике надёжную основу для применения этого важного закона. Это и сделал А. А. Марков. Но он сделал и дальнейший шаг.

Результаты отдельных измерений, отдельные значения случайных величин, вообще говоря, сильно отличаются от их среднего значения. Возникает вопрос: как часто случайная величина, имеющая различные значения, будет иметь какое-либо определённое значение? Так может возникнуть, например, вопрос: какая часть молекул газа, заключённого в сосуде, обладает данной скоростью?

Ответ на такие вопросы даёт центральная предельная теорема теории вероятностей. Она показывает, что независимо от природы случайных величин вероятности принимаемых ими значений подчиняются одному и тому же вполне определённому закону.

Благодаря этому артиллеристы овладели законом рассеяния полёта снарядов и уверенно ведут стрельбу, несмотря на то, что тысячи случайных причин отклоняют снаряд от цели. Благодаря этому физики могут с непоколебимой уверенностью указать, сколько из мириада молекул обладает той или иной скоростью, и т. д.

Дать доказательство этой теоремы — значит дать естествознанию и технике возможность предвидеть там, где господствует слепой случай и где, кажется, царит хаос.

Таково в общих чертах значение указанных теорем для естествознания. Если бы мы пожелали это выразить совсем кратко, мы сказали бы: благодаря им случай был покорён и поставлен на службу науке.

Указанные исследования А. А. Маркова и всё, что делалось до него, относились к так называемой схеме последовательности независимых случайных величин. Общая идея, заложенная в этой схеме, состоит в том, что изучение количественных изменений рассматриваемого явления представляется суммой взаимно независимых случайных величин. Она находит многочисленные приложения в различных вопросах естествознания и техники и остаётся одним из интереснейших объектов исследования в математике. Такие представления принесли огромную пользу, например, в целом ряде физических теорий (диффузия, броуновское движение и др.).

Однако изложенная схема не в состоянии отобразить всего многообразия физических явлений. Огромное количество явлений физики, естествознания и техники протекает по более сложным законам. Так, например, нельзя считать независимыми крепости двух соседних отрезков пряжи, так как эти отрезки связаны между собой общими волокнами. Или же численности некоторой колонии бактерий за два близких момента времени, конечно, нельзя считать независимыми, так как численность колоний в начальный момент оказывает значительное влияние на её дальнейшее развитие.

Математическую теорию, способную описать более сложные явления, начал строить и это строительство далеко продвинул А. А. Марков. Он предложил изучать с точки зрения теории вероятностей схемы, в которых предыдущие состояния системы влияют на состояние системы в последующие моменты. Если вероятность перехода системы из одного состояния в другое зависит только от этих состояний и не зависит от предыдущей истории развития системы, то такие переходы системы от состояния к состоянию А. А. Марков предложил называть простыми цепями. Если же эти вероятности зависят и от предыдущих состояний, то он их называл сложными цепями. А. А. Марков обнаружил, что основные теоремы, полученные для схемы независимых случайных величин, могут быть доказаны и для схемы сложных цепей. Это было колоссальным завоеванием науки.

В честь творца теории описанная схема названа «схемой цепей Маркова». Создавая свою теорию, он не имел перед собой каких-либо конкретных физических образов, а строил только новую математическую теорию. Поэтому, когда он захотел проиллюстрировать на примерах свои результаты, то обратился не к каким-либо физическим или техническим задачам, а исследовал зависимость в чередовании гласных и согласных в первых главах «Евгения Онегина» и «Детских годах Багрова внука».

Прошло, однако, немного лет, и «цепи Маркова» нашли широкие физические приложения в работах Планка, Эйнштейна и других учёных. Эти работы вызвали, в свою очередь, бурное развитие математических исследований в этой области. Виднейшие учёные у нас и за границей начали создавать новый раздел теории вероятностей — теорию случайных процессов.

Каждая наука имеет свою армию энтузиастов-строителей. Одни из них скромно вкладывают отдельные кирпичики в здание, создаваемое по чужим проектам, другие же в грандиозном полёте мысли создают идеи новых строек и кладут основы их фундамента. Их ученики и продолжатели стремятся к завершению начатого ими строительства. Наш народ вправе гордиться своими зодчими в науке, одним из которых является и А. А. Марков. Мы можем гордиться тем, что в здании, создаваемом по его проекту, ужились в прекрасном содружестве интересы различных наук.

Лучшим памятником для учёного является развитие его исследований. А. А. Маркову такой памятник создан: его работы как в теории чисел и теории вероятностей, так и в других частях математики продолжают жить и развиваться много лет спустя после смерти их автора.

Главнейшие труды А. А. Маркова: *О бинарных квадратичных формах положительного определителя, Спб., 1880 (магистерская диссертация); О некоторых приближениях алгебраических непрерывных дробей, Спб., 1884 (докторская диссертация); Исчисление конечных разностей, Спб., 1889—1891 (2 изд., Одесса, 1910); Исчисление вероятностей, Спб., 1900 (4 поем, изд., М., 1924).*

О А. А. Маркове: *Стеклов В. А., Андрей Андреевич Марков, Некрологический очерк, «Известия Рос. Академии наук», Пг., 1922, серия VI, № 1—18; Безикович А. С., Биографический очерк, в кн. А. А. Маркова, Исчисление вероятностей, М., 1924.*

Источник: Люди русской науки: Очерки о выдающихся деятелях естествознания и техники / Под ред. С.И. Вавилова. — М., Л.: Гос. изд-во техн.-теоретической лит-ры. — 1948.